Réponse

Paris, le 27 novembre, 2000

On m'a permis d'exprimer en quelques mots ma reconnaissance. Je suis certainement très fier de recevoir la grande Médaille d'Or de l'Académie bien que je sache que d'autres la méritent plus que moi. En particulier, il y a un autre qui ne serait peut-être pas le plus méritant, mais auquel je ne peux pas m'empêcher de penser aujourd'hui, car c'est en son nom, qui est aussi le mien, que j'accepte la Médaille. Il y a longtemps, nous fûmes la même personne, mais depuis j'ai beaucoup changé et beaucoup appris. Lui, il est disparu dans la brume du temps. J'ai souvent essayé de comprendre ce qui lui a permis de pénétrer bien plus profondément dans les mathématiques que moi, son héritier, je n'ai su faire par la suite, malgré les connaissances acquises; mais son accomplissement demeure pour moi un mystère.

Je me souviens de lui. Arrivé aux mathématiques assez jeune, quoique pas très jeune, sans formation aucune, il s'éprit des grandes mathématiques comme d'autres s'éprennent je suppose de la grande musique, mais dans son cas sans jamais avoir vu de près ce dont il croyait rêver et vers quoi il s'empressait. Qu'il soit néanmoins arrivé quelque part me semble toujours un miracle. Après quelques décennies et bon nombre de tentatives pour le dépasser, je crois mieux comprendre les faiblesses de son imagination, son manque parfois de courage ou de connaissances, mais qu'il ait d'un seul coup vu autant ne cessera jamais, je crois, de m'étonner.

Est-ce que je sais expliquer où il est arrivé et de quoi il s'agit? Avant de le tenter je veux nommer trois mathématiciens qui se donnèrent la peine de persuader le jeune homme, bien plus modeste que moi, qu'il valait quelque chose: Salomon Bochner, né je crois à Cracovie en Pologne, Harish-Chandra, né à Kanpur en Inde, tous les deux devenus mathématiciens américains, et Roger Godement, mathématicien français. Il me serait impossible d'exprimer en quelques phrases courtes combien lui, il leur devait, et combien moi, je leur dois toujours.

On sait que la découverte de l'irrationnel bouleversa profondément les Grecs et les força à fonder leur étude de l'algèbre sur la géométrie. Lentement au cours des siècles l'algèbre se rétablit au sein des mathématiques et s'imposa encore en géométrie, surtout, si on pense à ses aspects arithmétiques, vers la fin du dix-huitième siecle dans les mains d'un très jeune Gauss. En effet, à partir de Fermat et ensuite d'Euler, Lagrange et Legendre, l'algèbre et l'arithmétique avancèrent ensemble. Après Gauss elles connurent pendant le dix-neuvième siècle un grand essor, en France avec Galois, mais surtout en Allemagne avec Lejeune-Dirichlet, Kummer, Hilbert et grand nombre d'autres mathématiciens éminents, et tout à la fin, dans les années vingt, avec Emil Artin.

Galois, dont on se souvient sans doute à l'Académie des Sciences, fut le premier à apercevoir l'importance pour la théorie des équations d'une théorie générale des symétries et à réussir à la créer. Avant lui Lagrange avait entrevu indistinctement son importance pour le théorème de Fermat, et Gauss avait esquissé une théorie pour les équations dites cyclotomiques. Il l'utilisa pour construire le heptadécagon régulier.

Les équations cyclotomiques et les équations envisagées par Lagrange et étudiées plus profondément par Kummer ont des groupes de Galois abéliens. Une des théories les plus profondes des mathématiques pures, la théorie du corps de classes, fut erigée autour des équations à groupe abélien, et ensuite complétée par Artin et mise dans sa forme actuelle pendant les années cinquante.

Il manquait toutefois une théorie valable pour toute équation, donc pour des équations à groupe arbitraire et on commençait même à douter qu'une telle théorie existât. Le mérite du jeune homme est d'avoir reconnu – c'est ce qu'on croit – qu'une telle théorie, analytique et non abélienne, pouvait exister, d'en avoir prévu les grandes lignes, et d'en avoir établi quelques cas très particuliers mais néanmoins très utiles. En plus il suggéra d'une façon par trop floue, quoiqu'avec quelques énoncés précis, des liens entre cette théorie et les constructions géométriques de l'arithmétique introduites par Hasse, Weil, Serre et Grothendieck.

Tout cela eût suscité à mon avis peu d'intérêt, sauf auprès des spécialistes, si Wiles n'avait utilisé dans sa démonstration du théorème de Fermat quelques résultats déjà disponibles de la théorie. Encouragé par son succès, on peut revenir au travail avec même plus d'enthousiasme qu'avant mais il s'agira, j'en suis maintenant convaincu, d'un travail d'une envergure allant bien au-delà de ce que notre jeune homme avait attendu, quoiqu'il ne se faisait guère d'illusion sur la difficulté de ce qu'il proposait. Je pense d'abord à la nécessité d'incorporer, et surtout de développer, des méthodes prises dans des domaines disparates des mathématiques, telles la théorie analytique des nombres et même la topologie, un travail de longue haleine qui n'a guère été entamé et où beaucoup reste obscur; je pense aussi à une tâche qui est sans grande importance pour les jeunes emportés par la beauté et la grandeur des mathématiques, mais qui semble plus urgent à un mathématicien vieillisant et inquiet de l'avenir des grandes mathématiques, des mathématiques qui sont faites pour la longue durée: celle d'expliquer à nous-mêmes, aux collègues et à tout le monde les conséquences non pas pratiques mais concrètes de nos théorèmes. Grâce à Wiles, nous avons appris que la théorie des nombres n'est pas, et n'a jamais été, une affaire que de spécialistes. Il me semble qu'il soit donc devenu de notre responsabilité d'offrir à ce goût des mathématiques pures de vraies nourritures et non pas seulement des morceaux indigestes de revues scientifiques ou des leurres trompeurs de journaux. Il n'est pas du tout clair comment assumer cette responsabilité.

Robert Langlands